

# 資料「ジョルダンの標準形」についての訂正

八起数学塾

平成 29 年 9 月 21 日

## 概要

資料「ジョルダンの標準形」に関して見つかった誤りについて以下の通り訂正する。

### 0.1 p4 の 2 行目

「 $T$  を線型空間  $V$  のベキ零変換とする。このとき適当な  $V$  の元  $a_1, a_2, \dots, a_m$  が存在して」を  
「 $T$  を線型空間  $V$  のベキ零変換とする。このとき適当な  $V$  の  $0$  でない元  $a_1, a_2, \dots, a_m$  が存在して」に変更  
する。

### 0.2 p6 の 4.2.1 準備

#### 0.2.1 (2) の証明

「 $W_1 \cap (W_2 + W_3) = \{0\}$  かつ  $W_2 \cap W_3 = \{0\}$  から  $W_1 \cap W_2 = \{0\}$  かつ  $(W_1 + W_2) \cap W_3 = \{0\}$  を導けば  
良い。」を

「 $W_1 + (W_2 + W_3) = (W_1 + W_2) + W_3$  は明白。(1) を考慮すれば  $W_1 \cap (W_2 + W_3) = \{0\}$  かつ  $W_2 \cap W_3 =$   
 $\{0\}$  から  $W_1 \cap W_2 = \{0\}$  かつ  $(W_1 + W_2) \cap W_3 = \{0\}$  を導けば十分である。」に変更する。

#### 0.2.2 (5) について

(5) およびその証明中の直和  $\oplus$  をすべて単なる和  $+$  に変更して、さらに以下の (5)' (5)'' を付け加える。  
なお (7) は (5)' と同じなので、(7) をその証明ごと削除して、(8) を証明部を含めて (7) とする。

(5)'  $W \cap \text{Ker}T^m = \{0\}$  ならば  $T(W) \cap \text{Ker}T^{m-1} = \{0\}$  である。

(5)''  $(W_1 \oplus W_2) \cap \text{Ker}T^m = \{0\}$  ならば  $T(W_1) \cap T(W_2) = \{0\}$  である。

(5)' の証明  $x \in T(W) \cap \text{Ker}T^{m-1}$  とすれば、 $x \in T(W)$  より  $\exists y \in W$  で  $x = T(y)$  である。また  
 $x \in \text{Ker}T^{m-1}$  より

$$T^m(y) = T(T^{m-1}(x)) = T(0) = 0$$

だから  $y \in \text{Ker}T^m$  である。よって  $y \in W \cap \text{Ker}T^m = \{0\}$  より  $y = 0$  である。したがって  $T(W) \cap$   
 $\text{Ker}T^{m-1} = \{0\}$  である。

(5)'' の証明  $x \in T(W_1) \cap T(W_2)$  とすれば  $\exists y_1 \in W_1, \exists y_2 \in W_2$  で  $x = T(y_1) = T(y_2)$  である。  
 $y_1 - y_2 \in (W_1 \oplus W_2) \cap \text{Ker}T$  であるが、 $m$  は正整数だから  $\text{Ker}T \subset \text{Ker}T^m$  であり、したがって

$$y_1 - y_2 \in (W_1 \oplus W_2) \cap \text{Ker}T \subset (W_1 \oplus W_2) \cap \text{Ker}T^m = \{0\}$$

より  $y_1 - y_2 = \mathbf{0}$  である。よって  $y_1 = y_2 \in W_1 \cap W_2 = \{\mathbf{0}\}$  より  $y_1 = y_2 = \{\mathbf{0}\}$  であるから  $x = T(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$  である。したがって  $T(W_1) \cap T(W_2) = \{\mathbf{0}\}$  である。

### 0.3 p7 の 4.2.2 証明

1. Step2 の最後に「 $m = 1$  ならこれで終了する。」を付け加える。
2. Step5 「 $m = 0$  ならこれで終了する。」を「 $m = 1$  ならこれで終了する。」に変更する。

### 0.4 p8 の 6.1 広義固有空間の 1 行目

「(1) ~ (3) を満たす  $V_i$  が  $T$  と  $\alpha_i$  から一意に定まることを示す。」を  
「(1) ~ (3) を満たす  $V_i$  が存在すれば、これらは  $T$  と  $\alpha_i$  から一意に定まることを示す。」に変更する。

### 0.5 p9 の 6.2.2

「 $x \in W$  だから  $x = x_2 + x_3 + \cdots + x_m$  と書ける。」を  
「 $x \in W$  だから  $x = x_2 + x_3 + \cdots + x_m$  但し  $x_i \in W_i (2 \leq i \leq m)$  と書ける。」に変更する。